LØSNINGSFORSLAG

OPPGAVE 3H.1

a

$$\begin{aligned} X_2 &= 10\,000 \cdot 1{,}06^2 \\ &= 10\,000 \cdot R^{\rightarrow}_{6;2} \\ &= 11\,236 \end{aligned}$$

b

$$\begin{aligned} X_5 &= 10\,000 \cdot 1{,}06 \cdot 1{,}04^2 \cdot 1{,}08 \\ &= 10\,000 \cdot R^{\rightarrow}_{6;2} \cdot R^{\rightarrow}_{4;2} \cdot R^{\rightarrow}_{8;1} \\ &= 13\,125 \end{aligned}$$

c Årlig enkel rente (dvs. årlig rente av opprinnelig innskudd) de to første årene er 600. Samlet, enkel rente i løpet av to år er derfor 1 200.

d Sluttverdi etter fem år er 13 125 (spørsmål b). Kalles den konstante rentesatsen for *r*, er denne definert ved:

$$10\,000 \cdot R^{\rightarrow}_{r;5} = 13\,125, \text{ dvs.}$$

$$(1+r)^5 = 1{,}3125.$$

Dette gir betingelsen :

$$1 + r = \sqrt[5]{1{,}3125}, \text{ dvs.}$$

$$r = \sqrt[5]{1{,}3125} - 1, \text{ dvs.}$$

$$r = 5{,}59\ \%.$$

OPPGAVE 3H.2

a

Rentesats, %	Antall perioder	Sluttverdi
1	4	1,04
5	8	1,48
8	3	1,26
12	12	3,90
12	15	5,47
13,5	4	1,66
13	5,5	1,96

b To forskjeller:

- Rentetabellen er ikke utregnet for desimaler i rentesats og antall perioder. For slike beregninger kan du bruke kalkulator eller formelregnearket.
- Rentetabellen oppgir sluttverdifaktor med fire desimaler, mens vi i tabellen over bare har gjengitt to. Antall desimaler som bør tas med i sluttverdifaktoren avhenger av størrelsen på innskuddet. Er

dette 1 krone, er det tilstrekkelig å rapportere at f.eks. 5 % rente og 8 perioder gir en sluttverdifaktor på 1,48, siden dette også tilsvarer antall kroner i sluttverdi for det opprinnelige innskuddet. Er derimot innskuddet 100 millioner, bør du være mer nøyaktig. Det er eksempelvis over en kvart million forskjell mellom 148 millioner (100 · 1,48) og 147 745 544 (100 · 1,47745544).

c Uttrykk (3.3) viser at sluttverdi av et hvilket som helst innskudd er produktet av innskuddet (X_0) og sluttverdi av 1 krone (X_T). Derfor trengs bare rentetabeller for sluttverdien av 1 krone.
Det trengs ikke rentetabeller for andre valutaer. Når vi bruker uttrykket "1 krone" i renteregning, mener vi egentlig "1 pengeenhet". Det spiller ingen rolle om denne enheten er krone, euro, dollar eller yen.

OPPGAVE 3H.3

a Annuiteten X er gitt fra uttrykk (3.18):

$$X = NV \cdot A^{\rightarrow}_{r;T}$$

	4 %	5 %	6 %
Avdragstid, år	3	7	12
Annuitet	144 120	69 120	47 720

For nok en gang å minne om avrundingspoenget: Hvis du her bruker uavrundede verdier fra $A^{\rightarrow}_{r;T}$, blir annuitetene henholdsvis 144 139, 69 128 og 47 711.

b Uttrykk (3.18) viser at annuitetsbeløpet er lik lånebeløpet multiplisert med annuitetsfaktoren. Derfor vil annuiteten øke i nøyaktig samme takt som lånebeløpet. Annuitetsbeløpet vil dermed stige med hhv 20 %, 50 % og 100 %. Ved eksempelvis dobling av lånebeløpet vil derfor annuiteten stige til hhv 288 240, 138 240 og 95 440.

c

$$\begin{aligned} NV &= 35\,000 \cdot A^{\leftarrow}_{6;12} \\ &= 293\,433 \end{aligned}$$

d

$$400\,000 = 35\,000 \cdot A^{\leftarrow}_{6;T}, \text{ dvs.}$$

$$A^{\leftarrow}_{6;Y} = 11{,}4287$$

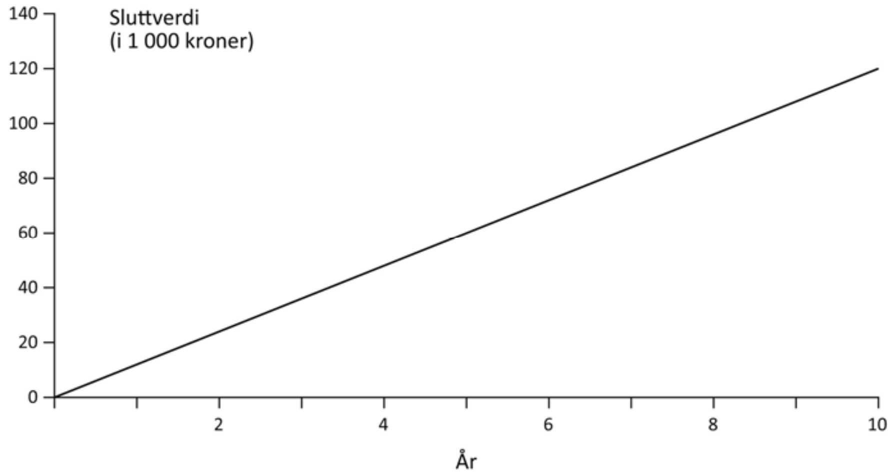
Rentetabell 3 viser at ved 16 års avdragstid, som er den maksimale levetiden tabellen er beregnet for, får vi $A^{\leftarrow}_{6;16} = 10{,}1059$. Du må derfor bruke kalkulator, formelregnearket på hjemmesiden eller regne ut den inverse annuitetsfaktoren ved lengre avdragstid:

Avdragstid (T)	
16	10,1059
17	10,4773
18	10,8276
19	11,1581
20	11,4699

Her ser du at dersom en annuitet på 35 000 skal kunne forrente og avdra et lån på 400 000 til 6 %, må avdragstiden være nesten 20 år. Nøyaktig svar er 19,86 år.

OPPGAVE 3H.4

a Dette gjelder sluttverdien av en etterskuddsannuitet, som er beskrevet i del 3.3.5. Oppgaven består i å beregne sluttverdiuttrykket (3.20) ved alternative sparelengder mellom 1 og 10 år.



Sparesaldo etter ti år er kr 120 061.

b Sparesaldo etter ni år er gitt av uttrykk (3.24). Innsatt verdiene fra oppgaven er dette:

$$
\begin{aligned}
SVAF &= 10\,000 \cdot \left(R_{4;9}^{\rightarrow} + SV_{4;9}^{\rightarrow}\right) \\
&= 10\,000 \cdot (1{,}4233 + 10{,}5828) \\
&= 120\,061
\end{aligned}
$$

Dette beløpet står på konto etter ni år. Denne saldoen forrentes i yterligere ett år til 4 % dersom beløpet ikke heves før etter 10 år. Saldo etter 10 år blir dermed:

$120\,061 \cdot 1{,}04 = 124\,863$ (124 864 hvis du tar med mange desimaler).

c Nå er oppgaven å finne annuiteten fra oppgitt sluttverdi (150 000), sluttverditidspunkt (6 år) og rente (4 %). Med utgangspunkt i formelen for sluttverdien av en annuitet kan du finne svaret ved å løse denne formelen for annuiteten:

$$SVA = X \cdot SV_{r;T}^{\rightarrow}, \text{ dvs.}$$

$$X = SVA / SV_{r;T}^{\rightarrow}$$

Innsatt verdiene fra oppgaveteksten blir dette:

$$X = 150\,000 / SV_{4;6}^{\rightarrow}.$$

Fra rentetabell 5 ser du at $SV_{4;6}^{\rightarrow} = 606\,330.$ Dermed får du:

$$X = 22\,614$$

OPPGAVE 3H.5

a Teorigrunnlaget for denne oppgaven finnes i del 3.4.4 og på hjemmesiden.

$$NV = \frac{19}{1{,}02} + \frac{13}{1{,}02 \cdot 1{,}04} + \frac{10}{1{,}02 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}06}$$
$$= 39{,}78$$

b

$$rg_1 = 2\ \%$$
$$rg_2 = \sqrt{1{,}02 \cdot 1{,}04} - 1$$
$$= 3{,}00\ \%$$
$$rg_3 = \sqrt[3]{1{,}02 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}06} - 1$$
$$= 3{,}99\ \%$$

c De aritmetiske gjennomsnittsrentene er:

$$rg_1^a = 2\ \%$$
$$rg_2^a = \frac{2+4}{2}\text{, dvs. } 3\ \%$$
$$rg_3^a = \frac{2+4+6}{3}\text{, dvs. } 4\ \%$$

Nåverdien beregnet med disse rentene er:

$$NV = \frac{19}{1{,}02} + \frac{13}{1{,}03^2} + \frac{10}{1{,}04^3}$$
$$= 39{,}77$$

I likhet med eksemplet på hjemmesiden er dette et tilfelle der aritmetisk og geometrisk gjennomsnitt gir praktisk talt samme nåverdi.