Overslagsregning

I ungdomsskolen forsøker en å trene opp elevenes evne til å vurdere rimelighet ved å gjøre et grovt overslag før de mer detaljerte beregningene begynner. Her er et eksempel: Arealet av et rom (A) er produktet av lengde (L) og bredde (B) ($A = L \cdot B$). Hvis L = 3,78 meter og B = 4,21 meter, er rommet anslagsvis 16 kvadratmeter (m^2) stort ($4 \cdot 4$).

Mange synes å ha glemt det de måtte ha kunnet om overslagsregning (omtrentregning) når de kommer over i videre utdanning, der formlene blir mer kompliserte enn $A = L \cdot B$.

Hold styr på nullene
I budsjettering bruker vi stort sett funksjonene multiplikasjon og addisjon. Ved diskontering bruker vi eksponentialfunksjonen og addisjon. Ved budsjettering er utfordringen ved overslagsregning hovedsakelig å holde orden på antall nuller. Her kan vi ta et eksempel fra Bergen, hvor det for mange år siden ble diskutert å investere i den såkalte Festplassgarasjen, som skulle være et parkeringsanlegg midt i sentrum. Hovedtallene i en variant av dette prosjektet ser slik ut:

Investeringsbeløp, mill. kr	135
Antall parkeringsplasser	690
Antall timer med parkeringsavgift pr. dag	10
Antall dager med parkeringsavgift pr. år	350
Avgift pr. time, kr	10
Gjennomsnittlig belegg	50 %

En første grovvurdering av dette prosjektet kan være å sammenligne investeringsbeløpet med ett års totale inntekter. Uten kalkulator går mange lett i surr med nullene. Derfor kan det være nyttig med et lite triks. I stedet for 690 skriver du $7 \cdot 10^2$; 350 blir $4 \cdot 10^2$, og 0,5 blir $5 \cdot 10^{-1}$. Dermed kan du skrive inntektssiden i foregående tabell slik:

Antall parkeringsplasser	690	≈	$7 \cdot 10^2$
Antall timer med parkeringsavgift pr. dag	10	=	$1 \cdot 10^1$
Antall dager med parkeringsavgift pr. år	350	≈	$4 \cdot 10^2$
Avgift pr. time, kr	10	=	$1 \cdot 10^1$
Gjennomsnittlig belegg	50 %	=	$5 \cdot 10^{-1}$

Siden alle disse tallene skal multipliseres med hverandre for å få årlig inntekt, kan du få et overslag på samlede inntekter:

Siffer:	$7 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 5 = 140$, dvs. $1{,}4 \cdot 10^2$
Enhet:	$2 + 1 + 2 + 1 – 1 = 5$, dvs. 10^5

Samlet inntekt er altså omtrent $1{,}4 \cdot 10^2 \cdot 10^5 = 1{,}4 \cdot 10^7$, dvs. 14 mill. NOK. (Vi bruker dette trikset i oppgave N2.10.) Investeringen er ca. ti ganger samlede inntekter i et normalår, og driftskostnadene er betydelige. Derfor er prosjektet neppe bedriftsøkonomisk lønnsomt.

Vurder rimelighet
I en eksamensoppgave ble kandidatene bedt om å anslå hvilken merpris de ville betale for en bil med 0,2 liter lavere bensinforbruk pr. mil enn en annen tilsvarende bil. Det ble gitt forutsetninger om kjørelengde pr. år (16 000 km), bensinpris pr. liter (10 kroner) og antatt levetid (20 år). Nåverdien av denne forskjellen varierer med avkastningskravet, men svarene til eksamen varierte mellom 900 kroner og 210 000 kroner. Dette må åpenbart skyldes at mange av kandidatene ikke vurderte rimeligheten ved budsjettering av årlig fordel. Uansett hjelpemidler er det lett å anslå årlig besparelse til 3 200 kroner. Øvre grense for besparelsen (altså uten diskontering) blir dermed 64 000 kroner (3 200 · 20). For et avkastningskrav på 3 % er nøyaktig verdi ca. 48 000 kroner.

Lær deg 70-regelen for nåverdi og sluttverdi
Rimelighetsvurdering ved budsjettering er nokså enkelt. Ved diskontering blir det verre, siden eksponentialfunksjonen y^x kommer inn i bildet. Du vet fra kapittel 3 at denne funksjonen er langt fra lineær, og da blir rimelighetsvurdering og overslagsregning vanskeligere. Det hjelper med en huskeregel: Hvis produktet av rensesats og antall år er lik 70 (eksempelvis 5 · 14), er nåverdien av en 1 million kroner mottatt om 14 år diskontert med 5 % lik 500 000 kroner. Nåverdien er altså halvparten av sluttverdien. Forsøk gjerne med andre kombinasjoner (2 % og 35 år, 10 % og 7 år) og bli forbløffet over hvor godt regelen treffer. 70-regelen gjelder også ved beregning av sluttverdi: Et innskudd fordobles når produktet av rentesats og år er 70.

Regelen kan også utvides til firedobling (reduksjon til ¼) når produktet er 140. Denne regelen kan også hjelpe deg til å få en oppfatning av kombinasjoner som ligger i nærheten av 70 og 140.

Du kan tilnærme når kontantstrømmen er annuitet
Formlene for annuiteter

$$A^{\leftarrow}_{r;T} = \frac{(1+r)^T - 1}{r \cdot (1+r)^T} \text{ og } A^{\leftarrow}_{r;T} = \frac{(1+r)^T - 1}{r \cdot (1+r)^T}$$

er fryktinngytende og synes lite egnet for overslagsregning. Men umulig å få et grovt anslag er det ikke.

Anta at du skal oppta et annuitetslån på 800 000 kroner med 7 % rente og 25 års avdragstid. Du ønsker å anslå årlig annuitet. Som en forenkling kan du anta at lånet har uendelig levetid, dvs. er avdragsfritt. Når det ikke betales avdrag, er annuitetsbeløpet bare renter, her 56 000 kroner (800 000 · 0,07). I det lånet du skal oppta, er det noe avdrag, og annuiteten er dermed høyere enn for det avdragsfrie. Med et anslag i overkant av 56 000 kroner unngår du i alle fall skivebom. Det nøyaktige annuitetsbeløpet er 68 648 kroner. Du kan lese mer om dette på side 127 under overskriften multiplikatormetoden.

Ved bruk av tilnærmede uttrykk må du vurdere hvor god tilnærmingen er. Hvis avdragstiden i eksemplet ovenfor endres fra 25 år til 10 år, øker den virkelige annuiteten fra ca. 69 000 til ca. 114 000 kroner. I dette tilfellet, med nokså kort løpetid, gjør du likevel en forholdsvis liten feil om du bruker følgende tilnærming:

Anslag avdragskomponent			
Lånebeløp/avdragstid:	800 000/10	=	80 000
+ Anslag rentekomponent			
Gjennomsnittlig lånebeløp · rente:	(800 000/2) · 0,07	=	28 000
= Anslag annuitetsbeløp		=	108 000

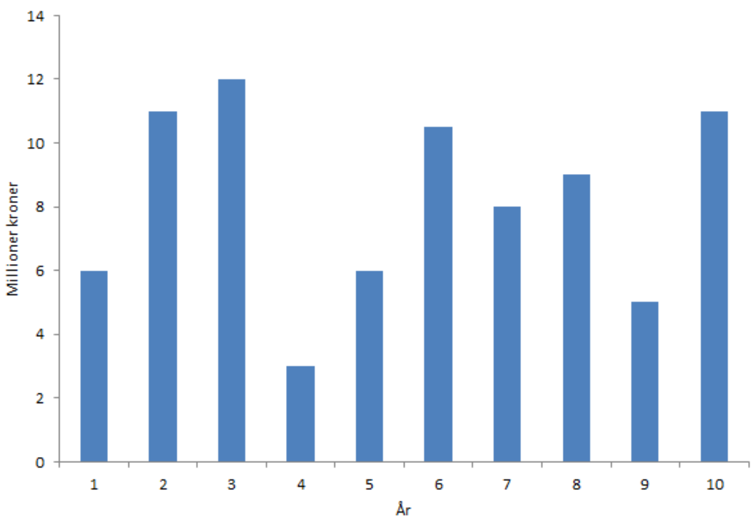
Skjønner du hvordan du anslår annuitetsbeløpet på denne måten, kan du også regne motsatt vei: Gitt investering, annuitet og levetid, hva blir da internrenten?

Annuitetsbeløp		114 000
– Anslag avdragskomponent 800 000/10		80 000
= Til betjening av kapitalen		34 000
Dividert med gjennomsnittlig bundet kapital:		
800 000/2		400 000
Anslag rentesats: 34 000/400 000	≈	9 % (nøyaktig 7 %)

En fordel med denne metoden er at du vet at den alltid bommer samme vei som her, dvs. anslaget er for høyt. Dette er fordi gjennomsnittlig bundet kapital er høyere enn halvparten av initialinvesteringen. Dette er illustrert i figur 5.6 på side 260.

Annuitetsformlene kan strengt tatt bare brukes hvis årlig beløp er det samme hvert enkelt år. Feilen du gjør når du bruker annuitetsformelen hvis du ikke har et fast årlig beløp, er naturligvis avhengig av hvor store avvik det er mellom årene.

Anta at du skal finne nåverdien av denne kontantstrømmen:



Denne kontantstrømmen er ikke noen annuitet, men det er heller ikke noe mønster i hvordan kontantstrømselementene varierer. Da gjør du svært liten feil dersom du baserer nåverdiberegningen på gjennomsnittlig kontantstrøm og bruker annuitetsformelen på denne.

Formålet med disse metodene for overslagsregning er ikke å eliminere behovet for rentetabell, finanskalkulator eller regneark. Poenget er at de hjelper deg til å vurdere rimelighet og minsker faren for pinlig skivebom.

Oppgaver

Ved å klikke deg videre i kalkulatormenyen kommer du til oppgaver som du bør løse uten kalkulator.

Det gir deg trening i hode- og overslagsregning og øker tallfølelsen. Dermed blir det lettere ved senere anledninger å oppdage når resultatet av en beregning med kalkulator eller Excel er helt urimelig.