Forskuddsannuitet

Hittil har vi konsekvent behandlet etterskuddsannuiteter. Dette er altså kontantstrømmer over *T* perioder der første inn- eller utbetaling kommer på tidspunkt 1 (ved slutten av første periode). Ved en forskuddsannuitet, derimot, kommer første kontantstrømseffekt på tidspunkt *0*. Den prinsipielle forskjellen mellom de to annuitetstypene fremgår av tabell 3.40. Tabellen viser at du kan lage en forskuddsannuitet ved å flytte alle kontantstrømselementene i etterskuddsannuiteten ett tidspunkt fremover i tid. Derfor er det bare en eneste forskjell mellom de to kontantstrømmene: Etterskuddsannuiteten gir *0* på tidspunkt null og *X* på tidspunkt *T*, mens forskuddsvarianten gir *X* på tidspunkt null og *0* på tidspunkt *T*.

TABELL 3.40: Etterskuddsannuitet kontra forskuddsannuitet

	Tidspunkt					
	0	1	2	...	*T–1*	*T*
Etterskuddsannuitet	0	*X*	*X*	...	*X*	*X*
Forskuddsannuitet	*X*	*X*	*X*	...	*X*	0

Nåverdi

Denne enkle sammenhengen gjør det også helt uproblematisk å overføre renteregningsformlene for etterskuddstilfellet til forskuddsannuiteter. Nåverdien av en forskuddsannuitet kan nemlig beregnes som:

(3.45) $NV = X \cdot (1 + A^{\leftarrow}_{r;T-1})$

Her er, som før, $A^{\leftarrow}_{r;T-1}$ nåverdien av en etterskuddsannuitet på 1 krone mottatt i hver periode fra og med tidspunkt *1* til og med tidspunkt *T–1*. Dette er altså invers annuitetsfaktor, definert i (3.11) og beregnet i rentetabell 3. Dermed gjenstår nåverdien av den første kronen som forskuddsannuiteten gir. Siden denne kronen kommer på tidspunkt 0, er nåverdien den samme som kontantstrømmen, dvs. 1 krone. Første ledd i parentesen i (3.45) er derfor nåverdien av første element i forskuddsannuiteten på 1 krone. Andre ledd er nåverdien av de resterende *T–1* leddene på 1 krone. Summen av de to leddene er nåverdien av hele forskuddsannuiteten på 1 krone. Multipliser så denne med annuiteten *X*. Da blir produktet lik nåverdien av en forskuddsannuitet på *X* kroner over *T* perioder til renten *r*.

Med (3.45) kan forskuddsannuiteten finnes direkte ut fra oppgitt nåverdi og rente. Dette skjer med å løse ligningen for *X*:

$$(3.46)\quad X = \frac{NV}{1 + A^{\leftarrow}_{r;T-1}}$$

Sluttverdi

Vi kan skrive sluttverdien av en forskuddsannuitet på tidspunkt *T–1* som:

$$(3.47)\quad SVAF = X \cdot (R^{\rightarrow}_{r;T-1} + SV^{\rightarrow}_{r;T-1})$$

Igjen er intuisjonen i uttrykket enkel. Første ledd i parentesen er sluttverdien på tidspunkt *T–1* av 1 krone som investeres på tidspunkt *0* til renten *r*. Faktoren $R^{\rightarrow}_{r;T-1}$ er forrentningsfaktoren, definert i (3.5) og beregnet i rentetabell 1. Andre ledd er sluttverdien på tidspunkt *T–1* av en etterskuddsannuitet over *T–1* perioder (definert i (3.41) i notatet «Sluttverdi av annuitet» og beregnet i rentetabell 5 i notatet «Rentetabeller for sluttverdi av annuitet» her på nettsiden).

Første ledd i parentesen bringer derfor første krone i kontantstrømmen (mottatt på tidspunkt null) frem til *T–1*. Andre ledd bringer de *T–1* resterende kronene frem til det samme sluttverditidspunktet. Parentesen er derfor sluttverdi av en forskuddsannuitet på 1 krone over *T* perioder til renten *r*. Dermed er SVAF i (3.47) sluttverdien av *X* kroner pr. periode regnet på tidspunkt *T–1*.

EKSEMPEL 3.40

Jone har fått tilbud om å leie en leilighet i et år. Månedsleien, som skal betales forskuddsvis, er 8 000 kr. Han har en del penger på sparekonto som blant annet skal brukes til å finansiere boligutgifter. Jone vil derfor vite hvor mye av sparepengene som vil gå med til å betale husleie, hensyn tatt til at innestående på kontoen hele tiden forrentes med 0,4 % pr. måned.

Her er forskuddsannuiteten, antall perioder og rentesatsen gitt, mens oppgaven er å finne nåverdien. De oppgitte tallene kan settes rett inn i (3.45), som gir:

$$
\begin{aligned}
NV &= 8\,000 \cdot \left(1 + A^{\leftarrow}_{0,4;12-1}\right) \\
&= 8\,000 \cdot (1 + 10{,}7405) \\
&= 93\,924
\end{aligned}
$$

Dette betyr altså at Jone trenger 93 924 kr på konto den dagen første leie skal betales. Brukes kontoen kun til husleie, er kontoen tom 11 måneder senere.

Jone har ikke mer enn 120 000 på konto. Han ønsker dessuten ikke å bruke mer enn halvparten av disse sparepengene til husleie i løpet av neste år. Jone snur derfor problemstillingen rundt og spør hvilken leie han maksimalt kan betale. Svaret på dette gir (3.46):

$$
\begin{aligned}
X &= \frac{60\,000}{1 + A^{\leftarrow}_{0,4;12-1}} \\
&= \frac{60\,000}{1 + 10{,}7405} \\
&= 5\,111
\end{aligned}
$$

Dette tyder på at han må redusere leieutgiftene med ca. 35 % og dermed være forberedt på redusert boligstandard.

Jone bestemmer seg for å leie en leilighet med 5 000 kr månedlig forskuddsleie. Han kan dermed bruke (3.47) til å beregne hvor mye mer det er på konto etter 11 måneder ved å skifte fra 8 000 til 5 000 i månedlig husleie. Dette er altså sluttverdieffekten av å spare en månedlig forskuddsannuitet på 3 000:

$$\begin{aligned} SVAF &= 3\,000 \cdot (R^{\rightarrow}_{0,4;12-1} + SV^{\rightarrow}_{0,4;12-1}) \\ &= 3\,000 \cdot (1{,}0449 + 11{,}2227) \\ &= 36\,803 \end{aligned}$$

Ved å redusere husleieutbetalingene med totalt 36 000 øker derfor Jones sluttformue med 36 803 etter 11 måneder. Differansen skyldes at de sparte pengene hele tiden forrentes med 0,4 % pr. måned.

Legg for øvrig merke til at i disse tilfellene brukte vi en rentesats som ikke er oppgitt i rentetabellen (0,4 %). Da må vi sette inn T og r i nåverdi- og sluttverdiformlene og regne ut faktorverdiene. Som du vet, ligger disse formlene ferdig programmert i formelregnearket. Alt dette kan du også gjøre enkelt med en kalkulator.

Oppgave

Du har leid ut en hytte på åremål over de neste fem årene til en årlig leie på 10 000 kroner etter skatt. Leiebeløpene, som ikke skal indeksjusteres, betales årlig og etterskuddsvis, første gang om ett år. Kapitalkostnaden er 4 %.

a Leietaker vil helst betale årlige leier. Hun tilbyr seg derfor å gjøre opp hvert års leie forskuddsvis. Beregn nåverdi av samtlige leiebeløp ved hjelp av en annuitetsformel. Forklar endringen i nåverdi i forhold til etterskuddsvis betaling.

Løsningsforslag

Denne nåverdien beregnes direkte fra (3.45):

$$\begin{aligned} NV &= 10\,000 \cdot \left(1 + A^{\leftarrow}_{4;4}\right) \\ &= 46\,299 \end{aligned}$$

Nåverdien stiger med 1 781 kroner i forhold til etterskuddsvis betaling. Dette skyldes at i stedet for å få 10 000 på tidspunkt fem mottar du de 10 000 på tidspunkt null. For øvrig er kontantstrømmen identisk i de to tilfellene. Differansen på 1 781 kan derfor forklares som:

$$10\,000 - \left(10\,000 \cdot R^{\leftarrow}_{4;5}\right) = 1\,781$$